

# Réunion de lancement du défi LiberAbaci

## ODJ

- **10:00-11:10** : Accueil (JFG) et présentation générale du défi (Y. Bertot).
- **11:10-11:40** : Tâche 1, Collaborations avec des enseignants en mathématiques (Pierre Rousselin, Sorbonne Paris-Nord (Paris 13)) -- *Expérience avec des étudiants de L1*
- *Pause déjeuner* Le Repaire (100 av. Daumesnil)
- **13:30-14:00** : Tâche 2, Fondements de la théorie des types (Matthieu Sozeau) -- *Multiverses for a more math-friendly proof assistant*
- **14:00-14:30** : Tâche 3, Primitives de structuration et d'héritage (Cyril Cohen) -- *Structurer les mathématiques, des primitives aux fonctionnalités*
- **14:30-15:00** : Tâche 4, Notations extensibles et langage de surface (Arthur Charguéraud) -- *Expérience avec des notations évoluées dans le cadre d'un stage étudiant*
- *Pause*
- **15:30-16:00** : Tâche 6, Environnements de travail interactifs (Emilio Jesús Gallego Arias) -- *lessons learned with JSCoq and perspectives on User-Interfaces*
- **16:00-16:30** : Tâche 7, Contenus éducatifs sur des domaines précis (Sylvie Boldo) -- *La bibliothèque coq-num-analysis*
- **16:30-17:00** : Discussion

## Présentation générale du Défi : Yves Bertot

Les freins à l'utilisation d'un outil comme Coq dans l'enseignement des maths :

- Le langage pour écrire les maths : Il doit être le plus général possible pour être attrayant pour les mathématiciens.
- L'accessibilité du logiciel (comment faire en sorte qu'on ne perde pas la première heure de cours à résoudre les problèmes d'installation).
- Le choix originel des mathématiques constructives.
- La dispersion des bibliothèques.
- L'automatisation, qui doit être bien dosée pour éviter aux étudiants de devoir réécrire sans cesse les mêmes étapes, mais sans arriver trop tôt.
- Formalisation de l'objet central (et banal) qu'est une **fonction continue**. C'est absolument essentiel pour la formalisation des maths, et bien plus difficile à formaliser qu'une liste ou un arbre, pour mentionner des objets basiques en informatique.

Les arguments pour convaincre les mathématiciens :

- De plus en plus de preuves en maths seront hybrides, au sens où une partie est des maths classiques (cette peut donc être relue et vérifiée par des mathématiciens) et une autre partie est un programme, par exemple chargé de générer tous les cas de la preuve (souvent les relecteurs mathématiciens se déclarent incompetents pour relire cette partie).
- Le matériel existant en Coq qui est vaste et unique (par exemple coq-interval utilisé pour tracer des fonctions de façon garantie).

Comment reprendre pied dans la compétition avec Lean :

- Ecrire le livre de référence pour l'enseignement des maths en L1 (et L2, L3 ?)
- Unifier / nettoyer les multiples bibliothèques existantes pour faire **une** grande bibliothèque des

maths de L1-L2-L3.

- Travailler avec les enseignants de maths à l'université ou en école d'ingénieurs (c'est pas faute de l'avoir dit).
- Traducteur Lean - Coq : Ce traducteur existe pour le noyau Lean (travaux de Gaëtan Gilbert).

Choisir la cible du défi LiberAbaci :

- Les élèves de L1-L2-L3
- Les ingénieurs
- Les chercheurs en mathématiques

## Tâche 1, Pierre Rousselin

Présentation d'un retour d'expérience d'un cours de Coq au premier semestre de L1 maths-info.

- Objectif visé : de la logique jusqu'aux théorèmes sur les limites de suite réelles.
  - Objectif malheureusement trop ambitieux dans le cadre de ce cours.
  - Cependant, la première partie du cours sur la récurrence était très bien comprise par tous les étudiants qui auront la L1.
  - La représentation des ensembles sous forme de prédicats était très difficile pour les étudiants.
  - La partie de manipulation des réels, axiomatisés, a permis à des étudiants de se raccrocher.
- La tactique induction est très pédagogique.
- Le cours a introduit peu de tactiques, en restant sur les tactiques usuelles de Coq.
  - La tactique `lra`, introduite en fin de cours a été beaucoup appréciée par les étudiants.

## Tâche 2, Matthieu Sozeau

Question sur l'axiomatisation des types quotients slide 4.

Une solution possible serait la théorie des types observationnels (Observational Type Theory).

## Tâche 3, Cyril Cohen

Structurer les mathématiques, des primitives aux fonctionnalités.

Wants to have predicates that read as a type, and w/ a facility of usage to boot.

A question for the future, since this will be really useful for the users, is how we are to visualize the info of such structures for the end-users.

## Tâche 4, Arthur Charguéraud

Expérience avec des notations évoluées dans le cadre d'un stage étudiant.

Typage **bidirectionnel** avec inférence. Par ex :

- $n : \text{int} = p + q$  : On veut inférer, à partir du type `int` du résultat, que les deux opérandes `p` et `q` sont des `int`.
- $n = p + q$  avec `p : int` : On veut inférer que l'autre opérande `q` et que le résultat `n` sont des `int`.

Le problème est de typer correctement des énoncés écrits dans le langage naturel des mathématiciens (avec les notations et les opérateurs usuels). Une fois ceci résolu, le problème suivant sera d'être capable d'imprimer un énoncé à l'écran, à nouveau dans le langage naturel des mathématiciens.

## Tâche 6, Emilio Jesús Gallego Arias

Lessons learned with JSCoq and perspectives on User-Interfaces.

A javascript interface to coq so that you can use your browser. Not quite a computational notebook sort of thing. But after 7yrs they know / have a better idea of what they want to do.

jscoq.wiki is a formally verifiable wiki, available today but 1st release in a matter of days (en of September).

Hopes to offer this sort of tool to write courses and use them by the end of the year.

## Tâche 7, Sylvie Boldo

Contenus éducatifs sur des domaines précis : la bibliothèque coq-num-analysis :

- But final : Finite Element Methods (FEM) utilisées en maths apps.  
La bibliothèque contient des résultats sur
- L'intégrale de Lebesgue ([https://fr.wikipedia.org/wiki/Int%C3%A9grale\\_de\\_Lebesgue](https://fr.wikipedia.org/wiki/Int%C3%A9grale_de_Lebesgue)).
- L'intégrale de Bochner ([https://fr.wikipedia.org/wiki/Int%C3%A9grale\\_de\\_Bochner](https://fr.wikipedia.org/wiki/Int%C3%A9grale_de_Bochner)).
- Le théorème de Lax-Milgram ([https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me\\_de\\_Lax-Milgram](https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me_de_Lax-Milgram)).  
en vanilla Coq

## Discussion

axiomatisation des objets de base ?

présupposés en mathématiques pour chaque résultat

Construction d'une API que l'on montre aux étudiants.

- Implémentée en Coq, mais dont les détails d'implémentation sont cachés aux étudiants,
- Axiomatisée (est-ce que cela aurait un intérêt pédagogique ?),
- API qui pourrait être implémentée dans d'+autre+assistants de preuve ?

CF cours de Patrick Massot : on a un environnement de preuve avec logique, R...

<https://www.imo.universite-paris-saclay.fr/~pmassot/mdd154/>

Et le calcul ?

- est-ce utile pour les enseignants ?
- ++ algorithmique dans la présentation
- coq-interval
- pas clair...

Automatisation :

- oui pour ring (pitié)
- attention, il faut acquérir la factorisation/développement
- il faut donner accès mais pas forcément immédiatement (c'est aux profs de maths de trancher)