

Des tableaux de variation en Rocq

Pourquoi, comment, et démo.

Martin Bodin

Inria

12 Mars 2025

Membres de l'IREMI de Grenoble

- Emmanuel Beffara, Laboratoire d'informatique de Grenoble,
- Martin Bodin, Inria,
- Rémi Molinier, Institut Fourier.

Stagiaires

- Wiame Karmouni Tlemcani,
- Tristan Mathon,
- Nathanaël Rasoamanana.

Utilisé constamment :

- Géométrie,
- Théorie des catégories,
- Analyse de fonctions,
- etc.

Avec un rôle illustratif ou démonstratif.

À quoi pourrait ressembler Rocq + Graphique ?

- Lien avec de la preuve,
- Possibilité de faire des preuves totalement textuelles ou presque totalement graphique,
- Utilisé en licence,
- Simple à prototyper.

Polytech, Février 2023, ~50 étudiant·es, on récupère le brouillon :

Donnez le tableau de variation de la fonction $f(x) = \frac{2x - 1}{5x^2 - 1}$.

Polytech, Février 2023, ~50 étudiant·es, on récupère le brouillon :

Donnez le tableau de variation de la fonction $f(x) = \frac{2x-1}{5x^2-1}$.

Enoncé :

Donner le tableau de variation de la fonction f donnée par

$$f(x) = \frac{2x-1}{5x^2-1}$$

Solution

× Ensemble de définition

$$5x^2-1 \neq 0 \Rightarrow (\sqrt{5}x-1)(\sqrt{5}x+1) \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ et } x \neq -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5} \right\}$

La fonction f est continue et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5} \right\}$ d'où on a

$$f'(x) = \frac{2(5x^2-1) - 10x(2x-1)}{(5x^2-1)^2}$$

$$= \frac{10x^2 - 2 - 20x^2 + 10x}{(5x^2-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-10x^2 + 10x - 2}{(5x^2-1)^2}$$

Soit $P(x) = -10x^2 + 10x - 2$

on a $\Delta = 10^2 - 4 \times (-10) \times (-2) = 20 \Rightarrow x_1 = \frac{10 - \sqrt{20}}{2 \times (-10)} = \frac{5 - \sqrt{5}}{10}$ et $x_2 = \frac{10 + \sqrt{20}}{2 \times (-10)} = \frac{5 + \sqrt{5}}{10}$

d'où $f'(x) = \frac{(x - \frac{5 - \sqrt{5}}{10})(x - \frac{5 + \sqrt{5}}{10})}{(5x^2-1)^2}$

$\forall x \in]-\infty, \frac{5 - \sqrt{5}}{10}[\cup]\frac{5 + \sqrt{5}}{10}, +\infty[$, $f'(x) < 0$

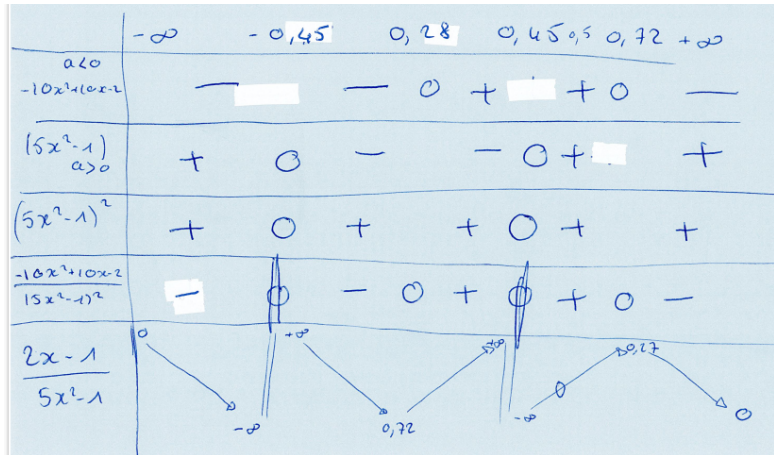
$\forall x \in]\frac{5 - \sqrt{5}}{10}, \frac{5 + \sqrt{5}}{10}[$, $f'(x) > 0$ et $\forall x \in]\frac{5 + \sqrt{5}}{10}, +\infty[$, $f'(x) < 0$.

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{5}}{5}$	$\frac{5 - \sqrt{5}}{10}$	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	$\frac{5 + \sqrt{5}}{10}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	+	-	+	-
$f(x)$	\searrow	\nearrow	\searrow	\nearrow	\searrow	\searrow

Expérimentation

Polytech, Février 2023, ~50 étudiant·es, on récupère le brouillon :

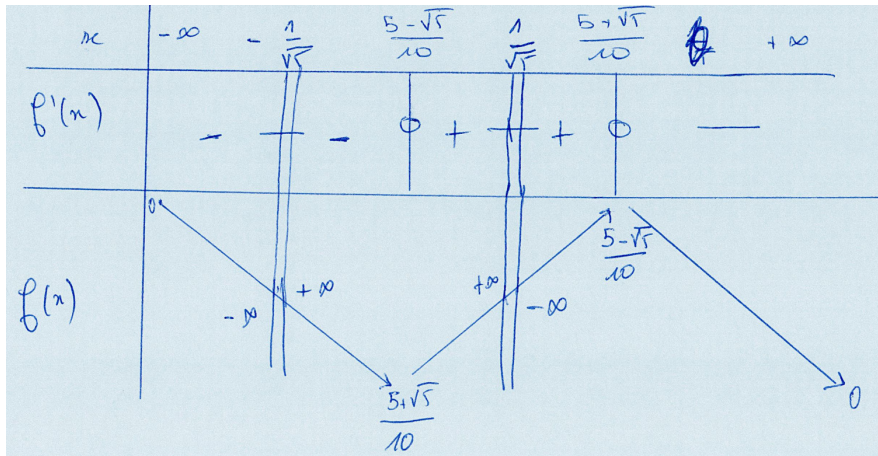
Donnez le tableau de variation de la fonction $f(x) = \frac{2x-1}{5x^2-1}$.



Expérimentation

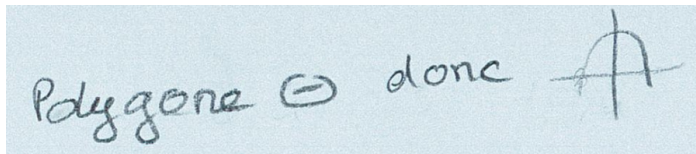
Polytech, Février 2023, ~50 étudiant·es, on récupère le brouillon :

Donnez le tableau de variation de la fonction $f(x) = \frac{2x-1}{5x^2-1}$.



Polytech, Février 2023, ~50 étudiant·es, on récupère le brouillon :

Donnez le tableau de variation de la fonction $f(x) = \frac{2x - 1}{5x^2 - 1}$.



Démo

`https://mbodin1.gitlabpages.inria.fr/td-math-coq/
interface.html`



- Brancher (js)Coq sur le proto,
 - Stage de Amaury Mazoyer, prévu pour l'été 2025.
- Montrer le proto à des enseignant·es et prendre leur retour,
 - Présentation au séminaire de l'IREMI 2024.
 - Travail en cours.
- Traduire un TD en Rocq,
- Tester sur des étudiant·es.
- Généraliser à d'autres graphismes.

1 Démonstrations en cours de maths

2 Expérimentation